

ность, уменьшается. Интервал неопределенности истинного значения измеряемой величины определяется с помощью выражения

$$P(\tilde{x} - \Delta_c - \Delta_X \leq x \leq \tilde{x} - \Delta_c + \Delta_X) = P_0.$$

Однако точное определение систематической погрешности невозможно, и после ее исключения всегда остается неисключенная часть систематической погрешности. Если предельное значение модуля неисключенной систематической погрешности обозначить  $\Delta_c$ , то и после введения поправки на систематическую погрешность интервал неопределенности результата измерения будет определяться так, как представлено на рис. 4 а, где  $\Delta_c$  – это предельное значение модуля неисключенной систематической погрешности измерений, которое входит в характеристику  $\Delta_X$  общей погрешности измерений.

Итак, если погрешности имеют случайный характер, то этому интервалу сопоставляется вероятностная мера  $P_0$ , близкая к единице (от 0.80 до 0.95). Именно такая трактовка характеристики погрешности измерений содержится в определении термина “единство измерений” (см. введение).

Повторим еще раз, что указанная интервальная характеристика погрешности результата измерения есть не что иное, как интервальная характеристика остаточной неопределенности значения измеряемой величины.

*Характеристика погрешности  $\Delta_X$  – основная характеристика качества результата измерения и остаточной неопределенности значения измеряемой величины.* Результат каждого измерения должен сопровождаться оценкой этой характеристики.

Форма выражения характеристики погрешности может быть двоякой: в виде предельного значения  $\Delta_X$  абсолютной погрешности либо предельного значения  $\gamma_x$  относительной погрешности, где  $\gamma_x = \Delta_X/x$ .

*Относительная погрешность результата измерений (relative error)* – отношение абсолютной погрешности результата измерений к истинному значению измеряемой величины. Она выражается в относительных единицах или в процентах.

Поскольку истинное значение измеряемой величины неизвестно, относительная погрешность вычисляется по отношению к результату изме-

рения. Покажем, что такая замена в большинстве случаев допустима, ибо она приводит к изменению значения погрешности на величину второго порядка малости по сравнению с погрешностью:

$$\begin{aligned} \gamma_x &= \frac{\Delta x}{\tilde{x}} = \frac{\Delta x}{x + \Delta x} = \frac{\Delta x}{x} \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)} = \frac{\Delta x}{x} \left(1 - \frac{\Delta x}{x} + \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 - \dots\right) = \\ &= \frac{\Delta x}{x} - \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \dots \approx \frac{\Delta x}{x} \end{aligned}$$

### 2.3. Правила округления при измерениях

При измерениях, выполняемых с применением современных средств вычислительной техники, результаты измерений и погрешности предъявляются пользователю с избыточным количеством цифр, что свидетельствует о следующем: измерения выполнены очень точно. Особенно ярко это проявляется при усреднении результатов многократных измерений. Предельная погрешность (неопределенность) измерений оценивается также с применением вычислительных средств.

Пусть, например, результат усреднения результатов измерений получен в виде 8,352487941, а оценка предельной погрешности 0,003567835.

Ясно, что все цифры результата, находящиеся на третьем месте после запятой и далее, недостоверны, поскольку расположены внутри зоны погрешности, ограниченной первой цифрой, находящейся также на третьем месте после запятой. Поэтому результат следует округлить до того знака (разряда), в котором появилась первая значащая цифра погрешности. В данном случае это третий знак после запятой.

Погрешность бессмысленно выражать всеми значащими цифрами, поскольку она оценивается приближенно сверху. В соответствии с действующей нормативной метрологической документацией погрешность выражается всего одной или максимум двумя значащими цифрами и должна округляться в сторону увеличения.

Поэтому в данном примере результат выражается числом 8.352, а предельная погрешность (неопределенность) этого результата – числом 0.004.

## 2.4. Основные этапы измерительных технологий

В дальнейшем будем различать прямые и косвенные измерения.

*Прямое измерение* (direct measurement) – измерение, при котором результат измерения получают непосредственно из опытных данных.

В некоторых случаях прямое измерение величин оказывается невозможным или нецелесообразным. Тогда прибегают к *косвенным измерениям*.

*Косвенное измерение* (indirect measurement) – определение искомого значения измеряемой величины путем вычислений на основании результатов прямых измерений других величин, функционально связанных с искомой величиной.

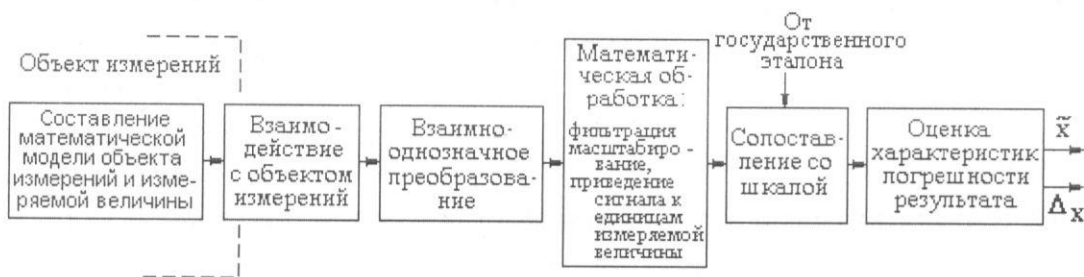


Рис. 5. Этапы прямых измерений

Первым этапом перед планированием и выполнением любой измерительной процедуры является формализация и составление модели объекта измерений и измеряемой величины (рис. 5). Так, перед измерением диаметра стержня необходимо считать его круглым цилиндром с указанием отклонений от круглости. При измерении температуры воздуха в некотором объеме необходимо представить модель распределения температуры в этом объеме и сформулировать измеряемую температуру как измеряемую величину: среднюю по объему, как минимальную, как максимальную или как температуру в какой-либо точке объема.

На следующем этапе организуется взаимодействие измерительного инструмента с объектом измерений. Этот этап является важнейшим в про-

цедуре восприятия информации от объекта. В нем сконцентрирована физическая, информационная и философская сущность измерений как познавательного процесса. Именно здесь сталкиваются две противоположные стороны любого познания: без контакта с объектом познание невозможно, но этот контакт с объектом искажает его, что приводит к потере части информации. Наиболее четкой формализацией такого дуализма является известное из квантовой механики соотношение Гейзенберга между неопределенностью импульса  $\Delta p$  и неопределенностью координаты  $\Delta x$  частицы:  $\Delta p \cdot \Delta x \approx h$ , где  $h$  – постоянная Планка.

В связи с этим взаимодействие должно быть:

достаточно “деликатным” по отношению к объекту, с тем чтобы извлечь максимум информации при минимальном искажении объекта,  
избирательным только по отношению к измеряемой величине и нечувствительным по отношению к иным свойствам и параметрам объекта,  
стабильным во времени,  
нечувствительным к внешним мешающим факторам: климатическим, механическим и др.

Сигнал измеряемой величины, воздействующий на чувствительный элемент измерительного инструмента, порождает реакцию данного инструмента в виде сигнала измерительной информации, который должен быть связан с сигналом измеряемой величины взаимно однозначной стабильной функциональной зависимостью.

Сигнал измерительной информации, который получается в результате взаимодействия чувствительной части измерительного инструмента с объектом, обычно подвергается преобразованиям, таким как фильтрация, усиление, ослабление, нелинейному преобразованию, а также преобразованию в цифровой код в целях получения сигнала, пригодного для дальнейшей математической обработки. Все эти преобразования должны быть взаимнооднозначными, стабильными во времени, не зависящими от действия внешних мешающих факторов.

Последующая математическая обработка имеет целью приведение сигнала измерительной информации к единицам измеряемой величины и к такому размеру, чтобы обеспечить уверенное сопоставление со шкалой измеряемой величины. Эта шкала формируется в результате выполнения

специальной метрологической процедуры, связывающей ее с государственным эталоном, который хранит единицу измеряемой величины.

Обязательным заключительным этапом измерения является формирование и представление результата измерения и характеристик  $\Delta_x$  погрешности этого результата, то есть характеристик остаточной неопределенности значения измеряемой величины.

Этапы выполнения процедуры косвенных измерений представлены на рис. 6. От процедуры прямых измерений они отличаются добавлением



Рис. 6. Этапы косвенных измерений

этапа вычисления результата косвенного измерения  $\tilde{w} = f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_k)$ , где  $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_k$  – результаты прямых измерений. Понятно, что здесь перед планированием и выполнением измерений важно составить более подробную модель объекта измерений поскольку она должна содержать те соотношения между параметрами объекта, которые будут использованы на этапе вычисления результатов косвенных измерений. И обязательно результат измерения сопровождается оценкой характеристики погрешности  $\Delta_w$ .

## 2.5. Примеры взаимодействия датчиков с объектом измерений

Объект измерения – электрическая цепь. Измерению подлежит параметр этой цепи, а именно, постоянное напряжение на ее участке, сопротивление которого равно  $R_H$  (см. рис. 7, а). Эквивалентное сопротивление остальной части цепи равно  $R_{Ц}$ . Истинное значение измеряемого напряжения, которое было на сопротивлении  $R_H$  до подключения вольтметра, рав-

но  $U_X$ . Средство измерений – стрелочный вольтметр, собственное сопротивление которого указано в его технической документации. Для расчета эффекта, производимого взаимодействием, будем считать, что инструментальная погрешность вольтметра равна нулю.

$$U_X = E \frac{R_H}{R_H + R_{Ц}}, \quad \tilde{U} = E \frac{R_H R_B}{R_H R_B + R_H R_{Ц} + R_B R_{Ц}},$$

$$\Delta U = \tilde{U} - U_X = -E \frac{R_H^2 R_{Ц}}{(R_H R_B + R_H R_{Ц} + R_B R_{Ц})(R_H + R_{Ц})}.$$

В этих формулах  $\tilde{U}$  – напряжение, которое образуется после подключения вольтметра и оказывается меньше исходного истинного напряжения в силу шунтирования этого участка цепи сопротивлением вольтметра. Общий ток в цепи увеличивается на значение тока, потребляемого вольтметром, и тем самым объект измерений изменяется. В результате этого влияния возникает систематическая погрешность, обозначенная здесь через  $\Delta U$ . По отношению к результату измерения эта погрешность вычисляется по формуле

$$\gamma_U = \frac{\Delta U}{\tilde{U}} = - \frac{R_H R_{Ц}}{(R_H + R_{Ц})} \cdot \frac{1}{R_B}. \quad (1)$$

Умножив числитель и знаменатель выражения (1) на  $(\tilde{U}^2)$ , увидим, что относительная погрешность, вызванная взаимодействием вольтметра и цепи, равна отношению энергий, то есть частному от деления энергии, потребляемой вольтметром, на энергию, рассеиваемую объектом:

$$\gamma_U = - \frac{R_H R_{Ц}}{(R_H + R_{Ц})} \frac{(\tilde{U})^2}{(\tilde{U})^2} \frac{1}{R_B} = - \frac{(\tilde{U})^2}{R_B} \cdot \frac{(\tilde{U})^2}{R_{ЦВ}},$$

где  $R_{ЦВ}$  – сопротивление, “видимое” со стороны вольтметра и равное сопротивлению, образованному параллельным соединением сопротивления нагрузки  $R_H$  и сопротивления цепи  $R_{Ц}$ .

В данном случае эта погрешность может быть почти полностью исключена путем введения поправки. Остаточная погрешность будет опреде-

ляться точностью, с которой известны значения величин, входящих в выражение для  $\Delta U$ .

В соответствии с определением, приведенным в разд. 1.2, сопротивление вольтметра  $R_B$  есть одна из его метрологических характеристик, поскольку оказывает влияние на погрешность результата измерений.

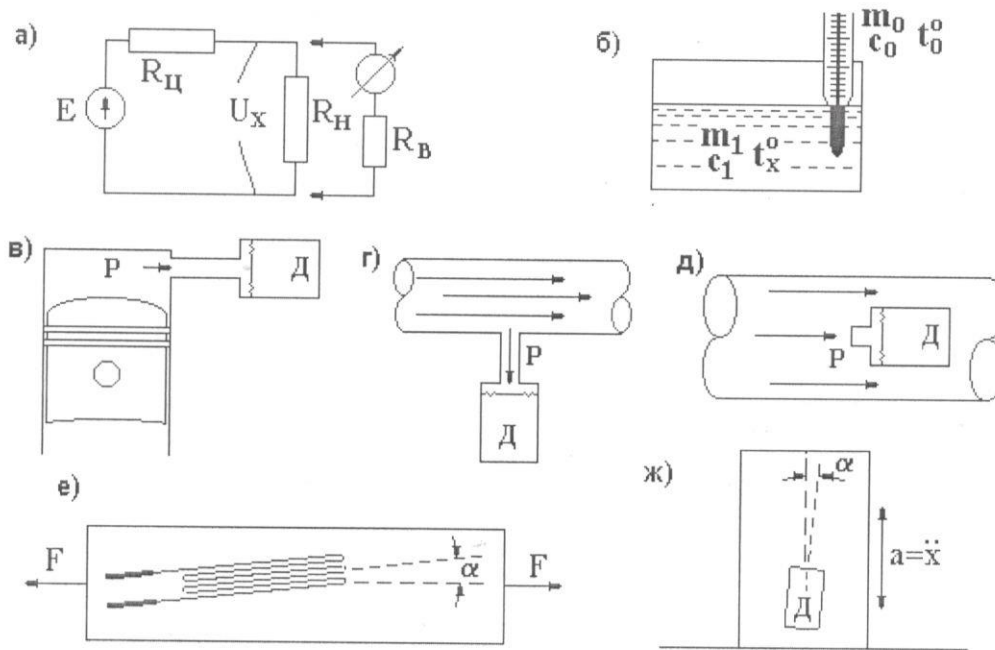


Рис. 7. Примеры взаимодействия средств измерений с объектом измерений

Объект измерения – перемешиваемая жидкость в сосуде (рис. 7, б). Измерению подлежит параметр объекта: температура жидкости. Масса жидкости –  $m_1$ , удельная теплоемкость –  $c_1$ , истинная температура –  $t_x^0$ . Средство измерений – ртутный термометр, который будем считать абсолютно точным. Его масса –  $m_0$ , удельная теплоемкость погружаемой части –  $c_0$ . Собственная температура термометра до его погружения в жидкость равна  $t_0^0$ , ее значение может быть считано со шкалы. Считаем, что теплообмена с внешней средой нет.

В таком случае общее количество теплоты сохраняется неизменным, и уравнение теплового баланса имеет вид:

$$t_o^o m_o c_o + t_x^o m_1 c_1 = \tilde{t}^o (m_o c_o + m_1 c_1),$$

где  $\tilde{t}^o$  - результат измерения установившейся температуры жидкости, а, следовательно, и погружаемой части термометра.

Понятно, что если температура термометра была ниже истинной температуры жидкости, температура жидкости снизится и наоборот поднимется в противном случае. В результате такого взаимодействия термометра с объектом (жидкостью) возникает систематическая погрешность

$$\Delta t^o = \tilde{t}^o - t_x^o = -\frac{m_o c_o}{m_o c_o + m_1 c_1} (t_x^o - t_o^o).$$

По отношению к результату измерения эта погрешность вычисляется по формуле

$$\gamma_t = \frac{\Delta t^o}{\tilde{t}^o} = -\frac{m_o c_o (t_x^o - t_o^o)}{t_o^o m_o c_o + t_x^o m_1 c_1} = -\frac{Q_{\text{ТЕРМ}}}{Q_{\Sigma}},$$

то есть относительная погрешность измерения температуры, вызванная взаимодействием средства измерений с объектом, равна частному от деления количества теплоты (то есть энергии), необходимой для нагревания (или охлаждения) термометра до измеряемой температуры, на количество общей теплоты, содержащейся в объекте и термометре.

В данном случае эта погрешность систематическая и может быть почти полностью исключена путем введения поправки. Неисключенный остаток погрешности будет определяться точностью, с которой известны величины, входящие в формулу для  $t_x^o$ .

В соответствии с определением, приведенным в разделе 1.2, масса и теплоемкость погружаемой части ртутного термометра являются его метрологическими характеристиками, поскольку оказывают влияние на погрешность результата измерений.

Объект измерения – цилиндр двигателя внутреннего сгорания (рис. 7, в). Параметр, подлежащий измерению – давление газов внутри цилиндра. Присоединение датчика Д с помощью трубки приводит к увеличению объема камеры сгорания и тем самым к уменьшению давления, поскольку произведение давления на объем должно быть примерно постоянным.



ным. Это означает, что объект изменился. Погрешность, возникающая при этом взаимодействии датчика с объектом, будет систематической.

Объект измерения – трубопровод с потоком жидкости или газа (рис. 7 г, д). Параметр, подлежащий измерению – давление транспортируемого вещества. В одном случае (рис. 7, г) погрешность, вызванная нежелательным взаимодействием, будет отрицательной, в другом (рис. 7, д) – положительной.

Объект измерения – механическая конструкция. Параметр, подлежащий измерению, – деформация участка конструкции. Средство измерений (датчик) – проволочный тензорезистор. Принцип действия – изменение сопротивления проволоки, из которой изготовлен датчик, при его деформации в пределах упругости. Для передачи деформации от объекта к датчику он приклеивается к объекту специальным неэластичным клеем (рис. 7, е). Погрешность от взаимодействия будет вызвана:

- неудовлетворительным качеством приклеивания датчика;
- увеличением жесткости объекта за счет приклеивания к нему датчика;
- неточным позиционированием датчика в направлении измеряемой деформации.

Погрешность, возникающая при этом взаимодействии датчика с объектом, будет систематической, отрицательной.

Объект измерения – транспортное средство, механическая конструкция, строительное сооружение. Параметр, подлежащий измерению, – ускорение вибраций в заданной точке. Средство измерений – датчик ускорения, жестко устанавливаемый на объекте (рис. 7, ж). Погрешность будет вызвана:

- недостаточной жесткостью крепления датчика к объекту, вследствие чего ускорение виброперемещений объекта передается к датчику не полностью;

- увеличением массы объекта на величину массы датчика, вследствие чего изменяется частота собственных колебаний объекта и амплитуда виброускорений;

- неточным позиционированием датчика в направлении измеряемых ускорений.

Для ограничения разброса жесткости крепления датчика ускорений к объекту в технической документации на подобные датчики должно быть приведено значение усилия завинчивания крепящих винтов (при винтовом креплении). Обеспечение заданного усилия крепления датчика осуществляется за счет применения динамометра либо ключей, снабженных устройством дозирования усилия.

Для оценки степени влияния массы датчика на объект измерений в технической документации должно быть приведено значение массы датчика с указанием пределов допускаемых отклонений от номинального значения, как одной из метрологических характеристик, обуславливающих степень взаимодействия с объектом и соответствующую погрешность.